

# Contribution numérique à l'étude hydrodynamique et thermique des écoulements turbulents induits par une turbine radiale en cuve agitée

Mounir Baccar\*, Mohamed Mseddi, Mohamed Salah Abid

Laboratoire des Systèmes Electro-Mécaniques (LASEM), Département de Génie Mécanique, École Nationale d'Ingénieurs de Sfax, Route de Soukra, B P <W>, 3038 Sfax, Tunisie

(Reçu le 25 octobre 1999, accepté le 4 octobre 2000)

**Abstract**— Numerical contribution in studies of turbulent flow and heat transfer in a vessel agitated by radial turbine. The hydrodynamic and thermal behaviours induced by a six flat-bladed turbine, in a closed, unbaffled, batch stirred vessel are numerically predicted by means of Computational Fluid Dynamic (CFD) model. Heat transfer is applied on the jacketed wall of the stirred vessel. Solutions of the time-averaged Navier-Stokes and energy equations in conjunction with the standard  $k-\epsilon$  turbulence model are developed using a control volume discretization method.

A three-dimensional analysis of the hydrodynamic and thermal characteristics of the turbulent flow generated within the vessel are performed. Analyses concern the mean velocities and temperature fields, the turbulence kinetic energy and its production and dissipation rates. Turbulent flow characteristics are particularly examined between blades and in the impeller discharge stream. Also, the evolution in transient regime of the thermal state of the agitated vessel has been studied. Finally, Nusselt numbers numerically predicted are correlated by a dimensionless equation in order to be compared with ones found by other researchers. © 2001 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

agitation / radial turbine / heat transfer / turbulent flow / 3D modelling / volume fini /  $k-\epsilon$  model

**Résumé**— L'étude hydrodynamique et thermique des écoulements turbulents induits dans une cuve cylindrique fermée non chicanée munie d'une turbine radiale à six pales, est entreprise par voie de simulation numérique. L'apport de chaleur est envisagé à la paroi de la cuve maintenue à une température constante. Les équations de Navier-Stokes et d'énergie thermique, régissant les phénomènes de transfert de quantité de mouvement et de chaleur, sont résolues par une méthode de discrétisation aux volumes finis. Le modèle de turbulence utilisé est du type  $k-\epsilon$  standard. Dans différents plans de la cuve, nous avons apporté une analyse détaillée des caractéristiques hydrodynamique et thermique de l'écoulement turbulent, tels que les champs de vitesse, l'énergie cinétique turbulente, son taux de dissipation et la température. La zone balayée par les pales de la turbine ainsi que la zone de refoulement ont été particulièrement explorées. L'évolution de l'état thermique du milieu agité a été également étudié. De même, le nombre de Nusselt obtenu à partir des résultats locaux, a été comparé avec ceux trouvés dans des travaux antérieurs de la littérature. © 2001 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

© 2001 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

agitation / turbine radiale / transfert de chaleur / écoulement turbulent / modélisation 3D / volume fini / modèle  $k-\epsilon$

## Nomenclature

		$d_r$	diamètre du rotor . . . . .	m
		$D$	diamètre intérieur de la cuve . . . . .	m
$b$	hauteur des pales du mobile . . . . .	$h$	coefficient superficiel d'échange . . . . .	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
$C$	distance entre le mobile et le fond de la cuve . . . . .	$H$	hauteur du liquide . . . . .	m
		$k$	énergie cinétique turbulente . . . . .	$m^2 \cdot s^{-2}$
$C_p$	capacité thermique massique . . . . .	$N$	vitesse de rotation de l'agitateur . . . . .	$s^{-1}$
$d$	diamètre de la turbine . . . . .	$p$	pression . . . . .	Pa
		$\mathcal{P}$	puissance consommée par la turbine . . . . .	W
		$r$	coordonnée radiale . . . . .	m
		$r_{tip}$	rayon d'une pale . . . . .	m
		$R$	rayon de la cuve . . . . .	m
		$Q_p$	débit de pompage . . . . .	$m^3 \cdot s^{-1}$

\* Correspondance et tirés à part.

E-mail addresses: Mounir.Baccar@enis.mu.tn (M. Baccar),  
 Mohamed.Mseddi@fss.rnu.tn (M. Mseddi),  
 MohamedSalah.Abid@enis.rnu.tn (M.S. Abid).

$t$	temps . . . . .	s
$\mathcal{V}^*$	vitesse de frottement . . . . .	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
$\mathcal{V}_{\text{tip}}$	vitesse au bout de la pale . . . . .	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
$\mathcal{U}, \mathcal{V}, \mathcal{W}$	composantes de vitesse . . . . .	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
$\mathcal{V}_p$	résultante des composantes de vitesse parallèles à la paroi . . . . .	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
$y$	distance à la paroi . . . . .	m
$z$	coordonnée axiale . . . . .	m
$z_0$	position axiale du plan médian de l'agitateur . . . . .	m

*Symboles grecques*

$\lambda$	conductivité thermique . . . . .	$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
$\lambda_t$	conductivité thermique turbulente . . . . .	$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
$\xi$	taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente . . . . .	$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3}$
$\theta_i$	température initiale dans la cuve . . . . .	K
$\theta_0$	température de la paroi de chauffage . . . . .	K
$\theta_p$	température adjacente à la paroi de chauffage . . . . .	K
$\theta^*$	température de frottement . . . . .	K
$\bar{\theta}$	température moyenne dans la cuve . . . . .	K
$\Theta$	coordonnée angulaire . . . . .	rad
$\rho$	masse volumique du fluide . . . . .	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
$\mu$	viscosité dynamique . . . . .	$\text{Pa}\cdot\text{s}$
$\mu_t$	viscosité dynamique turbulente . . . . .	$\text{Pa}\cdot\text{s}$
$\mu_0$	viscosité du fluide à la température de la paroi de chauffage . . . . .	$\text{Pa}\cdot\text{s}$

*Grandeurs adimensionnelles*

$$\varepsilon = \frac{\xi}{(2\pi N)^3 R^2}$$

$$k = \frac{k}{(2\pi NR)^2}$$

$$P = \frac{P}{\rho(2\pi NR)^2}$$

$$r = \frac{r}{R}$$

$$t = 2\pi N t$$

$$T = \frac{\theta - \theta_i}{\theta_0 - \theta_i} \quad \bar{T} = \frac{\bar{\theta} - \theta_i}{\theta_0 - \theta_i}, \quad T^* = \frac{\theta^*}{\theta_0 - \theta_i}, \quad T_p = \frac{\theta_p - \theta_i}{\theta_0 - \theta_i}$$

$$\vec{V} = (U, V, W) = \frac{(\mathcal{U}, \mathcal{V}, \mathcal{W})}{2\pi NR}$$

$$V^* = \frac{\mathcal{V}^*}{2\pi NR}, \quad V_p = \frac{\mathcal{V}_p}{2\pi NR}, \quad V_{\text{tip}} = \frac{\mathcal{V}_{\text{tip}}}{2\pi NR}$$

$$y = y/R$$

$$z = z/R$$

$$z^* = \frac{2(z - z_0)}{p}$$

$$\vartheta_t = \mu_t/\mu$$

*Nombres adimensionnels*

$Fo = \frac{\lambda t}{\rho C_p R^2}$	nombre de Fourier
$Fr = (2\pi N)^2 R/g$	nombre de Froude
$N_p = \frac{P}{\rho N^3 d^5}$	nombre de puissance
$N Q_p = \frac{Q_p}{Nd^3}$	nombre de pompage

$Nu(z, \Theta, t) = \frac{\pi Re Pr V^*(z, \Theta, t) T^*(z, \Theta, t)}{(d/D)^2 [1 - \bar{T}(t)]}$	nombre de Nusselt local instantané
$Nu(z) = \frac{1}{2\pi t} \int_0^{2\pi} \int_0^t Nu(z, \Theta, t) d\Theta dt$	nombre de Nusselt à une hauteur $z$
$Nu_i = \frac{R}{2\pi H} \int_0^{H/R} \int_0^{2\pi} Nu(z, \Theta, t) d\Theta dz$	nombre de Nusselt instantané
$Nu = \frac{hD}{\lambda} = \frac{1}{t} \int_0^t Nu_i dt$	nombre de Nusselt moyen
$Pr = \mu C_p/\lambda$	nombre de Prandtl
$Pr_t = \mu_t C_p/\lambda_t$	nombre de Prandtl turbulent
$Re = \rho N d^2/\mu$	nombre de Reynolds de rotation

*Constantes empiriques*

$$E = 9,8, \quad C_\mu = 0,09, \quad C_1 = 1,44$$

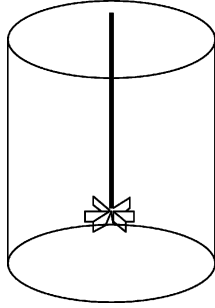
$$C_2 = 1,92, \quad \sigma_k = 1, \quad \sigma_\varepsilon = 1,3, \quad \kappa = 0,43$$

## 1. INTRODUCTION

De multiples opérations de l'industrie alimentaire, chimique ou biochimique, sont réalisées dans des réacteurs ou des cuves agitées. L'agitation contribue à intensifier les phénomènes de transferts de matière et d'énergie entre une ou plusieurs phases mises en présence, obtenir un certain degré d'uniformité des caractéristiques chimiques ou physiques d'un produit fini ou encore mettre en suspension des particules solides. La réalisation de ces opérations est le plus souvent accompagnée d'un apport ou d'une évacuation de chaleur.

La connaissance fine des structures hydrodynamique et thermique des écoulements turbulents dans les cuves agitées, permet de comprendre et d'appréhender les phénomènes de transfert qui s'y développent et éventuellement leurs interactions mutuelles. Elle permet également d'améliorer les performances des mobiles d'agitation mis en œuvre, par la mise au point des conditions géométriques et opératoires optimales assurant simultanément l'amélioration de la qualité de mélange et de l'économie d'énergie.

De nombreux travaux de simulation numérique portant sur la caractérisation des écoulements induits par des turbines radiales en cuves mécaniquement agitées, ont été publiés. Parmi ces travaux, on peut citer ceux de Kamiyoyama et al. [1, 2], Dong et al. [3], Abid et al. [4] et Moureh [5]. Toutefois, ces travaux n'ont eu que peu de suites sur le calcul du transfert thermique qui peut accompagner l'agitation. En effet, la plupart des contributions sur l'échange de chaleur en cuve agitée relèvent du domaine de l'empirisme et présentent des discordances non



**Figure 1.** Schéma d'une cuve agitée munie d'une turbine radiale à six pales.

**Figure 1.** Stirred vessel with a six blades turbine impeller.

négligeables comme le montrent les travaux de synthèse publiés par Edwards et Wilkinson [6] et Nagata [7].

La présente étude est une contribution à l'étude hydrodynamique et thermique des écoulements internes turbulents induits par une turbine en cuve mécaniquement agitée. Notre objectif est de fournir par voie de simulation numérique, une connaissance fine des structures hydrodynamiques et thermiques de l'écoulement turbulent dans tout le volume de la cuve et notamment dans l'espace balayé par les pales de la turbine. Ceci permet en particulier, d'explorer la zone de refoulement de la turbine et de suivre le processus de transfert thermique en régime instationnaire.

Dans cette optique, la résolution des équations de Navier–Stokes et de l'équation de conservation d'énergie régissant les phénomènes de transfert de quantité de mouvement et de chaleur, est entreprise dans un système de coordonnées cylindriques tridimensionnelles appliqué à une cuve fermée et non chicanée munie d'une turbine radiale à six pales (*figure 1*). L'apport de chaleur est envisagé à la paroi de la cuve, supposée maintenue à une température constante. Cet apport est obtenu grâce à un transfert thermique entre le milieu agité et un fluide caloporteur circulant dans une double enveloppe.

Le modèle de turbulence appliqué est du type  $k-\varepsilon$  de Jones et Launder [8]. La technique de résolution est fondée sur une méthode de discrétisation aux volumes finis.

## 2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

### 2.1. Equations de base

Les équations décrivant les phénomènes de transfert de quantité de mouvement et de chaleur en régime

turbulent sont issues de la décomposition de Reynolds des variables hydrodynamiques et thermiques, et de la prise de moyenne temporelle des équations de Navier–Stokes et d'énergie instantanées. La modélisation des flux turbulents repose sur le concept de diffusion turbulente.

Par ailleurs, dans un repère fixe, la rotation de la turbine induit un écoulement périodique.

Pour obtenir un régime permanent, nous avons choisi un repère tournant lié au rotor en tenant compte des accélérations centrifuges et de Coriolis. Ainsi, les équations moyennes de continuité, de mouvement et d'énergie, s'écrivent en variables moyennes adimensionnelles comme suit :

### Equation de continuité

Dans l'hypothèse d'un fluide incompressible, l'équation de continuité s'écrit :

$$\operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (1)$$

### Composante radiale de vitesse

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + \operatorname{div} \left[ \vec{V} U - \frac{2}{\pi} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \frac{1}{Re} \vartheta_e \operatorname{grad} U \right] \\ = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{2}{\pi} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \frac{1}{Re} \\ \times \left\{ -2\vartheta_e \left( \frac{U}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \Theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \vartheta_e \frac{\partial U}{\partial r} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{r \partial \Theta} \left[ \vartheta_e r \frac{\partial (V/r)}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left( \vartheta_e \frac{\partial W}{\partial r} \right) \right\} \\ + \frac{V^2}{r} + r + 2V \end{aligned} \quad (2)$$

où  $\vartheta_e = 1 + \vartheta_r$ , représente la viscosité adimensionnelle effective.

### Composante angulaire de vitesse

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + \operatorname{div} \left[ \vec{V} V - \frac{2}{\pi} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \frac{1}{Re} \vartheta_e \operatorname{grad} V \right] \\ = -\frac{\partial P}{r \partial \Theta} + \frac{2}{\pi} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \frac{1}{Re} \\ \times \left\{ \vartheta_e \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial U}{\partial \Theta} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{V}{r} \right) \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \vartheta_e \left( \frac{\partial U}{\partial \Theta} - V \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial}{r\partial\Theta} \left[ \vartheta_e \left( \frac{\partial V}{r\partial\Theta} + \frac{2U}{r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left( \vartheta_e \frac{\partial W}{r\partial\Theta} \right) \Big\} \\
& - \frac{UV}{r} - 2U
\end{aligned} \quad (3)$$

### Composante axiale de vitesse

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial W}{\partial t} + \text{div} \left[ \vec{V}W - \frac{2}{\pi} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \frac{1}{Re} \vartheta_e \text{grad} \vec{W} \right] \\
& = - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{2}{\pi} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \frac{1}{Re} \\
& \quad \times \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \vartheta_e \frac{\partial U}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{r\partial\Theta} \left( \vartheta_e \frac{\partial V}{\partial z} \right) \right. \\
& \quad \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left( \vartheta_e \frac{\partial W}{\partial z} \right) \right] + \frac{1}{Fr}
\end{aligned} \quad (4)$$

### Equation d'énergie thermique

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \text{div} \left[ \vec{V}T - \frac{2}{\pi} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \frac{1}{Pe} \left( 1 + \frac{Pr}{Pr_t} \vartheta_t \right) \text{grad} \vec{T} \right] = 0 \quad (5)$$

La fermeture de ces équations est effectuée par un modèle de turbulence du premier ordre du type  $k-\varepsilon$ . Deux équations sont ainsi écrites : l'une régit l'énergie cinétique turbulente, et l'autre le taux de dissipation de cette énergie.

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial k}{\partial t} + \text{div} \left[ \vec{V}k - \frac{2}{\pi} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \frac{1}{Re} \left( 1 + \frac{\vartheta_t}{\sigma_k} \right) \text{grad} \vec{k} \right] \\
& = \frac{2}{\pi} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \frac{1}{Re} G - \varepsilon
\end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \text{div} \left[ \vec{V}\varepsilon - \frac{2}{\pi} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \frac{1}{Re} \left( 1 + \frac{\vartheta_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \text{grad} \vec{\varepsilon} \right] \\
& = \frac{\varepsilon}{k} \left[ C_1 \frac{2}{\pi} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \frac{1}{Re} G - C_2 \varepsilon \right]
\end{aligned} \quad (7)$$

où  $G$  est le terme de production d'énergie cinétique turbulente, donné par :

$$\begin{aligned}
G = \vartheta_t \Big\{ & 2 \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{r\partial\Theta} + \frac{U}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{\partial z} \right)^2 \right] \\
& + \left( \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r} + \frac{\partial U}{r\partial\Theta} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{r\partial\Theta} + \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \\
& + \left( \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial r} \right)^2 \Big\}
\end{aligned} \quad (8)$$

Le modèle  $k-\varepsilon$  permet de fermer le système d'équations en reliant la viscosité turbulente à  $k$  et  $\varepsilon$ , soit :

$$\vartheta_t = C_\mu \frac{\pi}{2} \left( \frac{D}{d} \right)^2 Re \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (9)$$

Quant à la conductivité turbulente, elle est donnée par la corrélation de Jischa et Rieke [9] :

$$Pr_t = 0,85 + \frac{0,015}{Pr} \quad (10)$$

avec  $Pr \geq 0,7$ .

## 2.2. Conditions initiales et aux limites

La cuve étudiée étant équipée d'une turbine à 6 pales, le domaine de calcul est alors réduit à un secteur de  $60^\circ$  de la cuve et une seule pale située au plan médian ( $\Theta = 0^\circ$ ). Au niveau des deux plans  $r-z$  frontaliers de ce secteur ( $\Theta = -30^\circ$  et  $\Theta = +30^\circ$ ), des conditions cycliques sont imposées à toutes les propriétés transportables assurant ainsi la continuité du domaine de calcul dans la direction angulaire.

Comme condition initiale, nous imposons une température adimensionnelle nulle dans l'ensemble de la cuve. Au cours de l'évolution de l'état thermique du milieu agité, la température de la paroi de chauffage de la cuve est maintenue constante et dont la valeur en grandeur réduite est égale à l'unité. Sur l'axe de rotation ainsi qu'au fond et en haut de la cuve, des conditions de flux de chaleur nul sont imposées.

En vérifiant que les premiers nœuds adjacents à la paroi de chauffage sont localisés dans la zone pleinement turbulente, les contraintes ainsi que les flux de chaleur pariétaux sont obtenus à partir des lois universelles de variation logarithmique en fonction de la résultante de vitesse parallèle à la paroi  $V_p$ , la distance à la paroi  $y$  et la température adjacente à la paroi  $T_p$  :

$$\begin{aligned}
\frac{V_p}{V^*} &= \frac{1}{\kappa} \text{Log} \left( E Re \frac{\pi}{2} \frac{D^2}{d^2} y V^* \right) \\
Re \frac{\pi}{2} \frac{D^2}{d^2} y V^* &\geq 40
\end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{1 - T_p}{T^*} = Pr_t \left[ \frac{V_p}{V^*} + B(Pr) \right] \quad (12)$$

La fonction empirique  $B(Pr)$  est donnée par la corrélation de Jayatilleke [10] :

$$B(Pr) = 9,24 \left[ \left( \frac{Pr}{Pr_t} \right)^{3/4} - 1 \right] \left[ 1 - e \left( -0,007 \frac{Pr}{Pr_t} \right) \right] \quad (13)$$

On en déduit la vitesse  $V^*$  et la température de frottement  $T^*$ , ainsi que la contrainte pariétale  $\pm V^{*2}$  et la densité de flux  $V^*T^*$ . D'autre part, en adoptant l'hypothèse de l'équilibre local, on obtient en tout point adjacent à la paroi de chauffage, les valeurs locales de l'énergie cinétique turbulente  $k_p$  et de son taux de dissipation  $\varepsilon_p$ , soient :

$$k_p = \frac{V^{*2}}{\sqrt{C_\mu}} \quad (14)$$

$$\varepsilon_p = C_\mu^{0,75} \frac{k_p^{3/2}}{\kappa y} \quad (15)$$

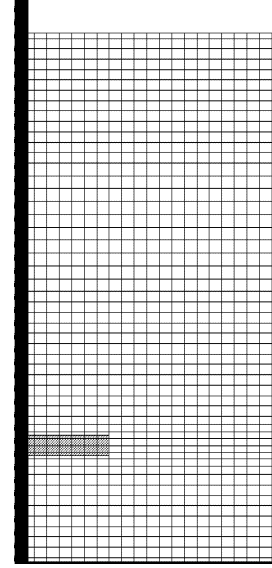
Un traitement analogue est appliqué pour le calcul des contraintes et des caractéristiques de turbulence au niveau des pales de la turbine ainsi que le fond et le haut de la cuve.

Concernant la pression, l'utilisation de la technique du maillage décalé entre la pression et les composantes de vitesse, permet une écriture plus précise des dérivées de la pression. Ces dérivées sont supposées nulles dans la direction normale à toutes les parois solides [11].

### 3. METHODE DE RESOLUTION

La résolution des équations de mouvement et d'énergie est fondée sur la méthode de discrétisation aux volumes finis. Nous avons utilisé un maillage décalé non uniforme en considérant 22 points selon la direction radiale, 20 dans la direction angulaire et 54 selon la direction axiale. Le maillage dans un plan  $r-z$  de la cuve est présenté sur la *figure 2*. Au voisinage des parois solides, les distances des points de calcul les plus proches se trouvent à un demi-pas spatial, soit en grandeur adimensionnelle  $y = 0,0237$ .

La discrétisation spatiale est obtenue en suivant une procédure d'interpolation au schéma hybride [12]. Quant à la discrétisation temporelle, nous avons adopté une formulation implicite. L'intégration dans le temps est entreprise en utilisant le schéma aux directions alternées de Douglas-Gunn [13]. Le couplage pression-vitesse repose sur l'algorithme SIMPLE dû à Patankar [12].



**Figure 2.** Maillage dans un plan  $r-z$ .  
**Figure 2.** Grid structure in  $r-z$  plane.

Les hypothèses complémentaires retenues pour la construction du code de calcul sont les suivantes :

- l'écoulement est permanent et établi avant le début du transfert thermique,
- les propriétés thermo-physiques du fluide sont supposées indépendantes de la température ; ainsi, on admet que le niveau de température est sans influence sur la distribution des vitesses et par conséquent, les équations de continuité et de quantité de mouvement peuvent être résolues indépendamment de celle d'énergie thermique.

### 4. RESULTATS

L'étude de l'écoulement turbulent interne induit par la turbine et son développement dans l'ensemble de la cuve, permet de comprendre les différents phénomènes physiques qui prennent naissance à partir de la source mécanique et d'apprécier les performances du mobile d'agitation.

La configuration géométrique du système d'agitation étudié (*figure 1*), est la même que celle considérée par Armente et Chou [14] dans leur étude visant la caractérisation de l'écoulement turbulent induit en cuve fermée. Il s'agit d'une cuve cylindrique de hauteur  $H = 1,1D$  ; agitée par une turbine à six pales située à un niveau correspondant au  $1/5$  de la hauteur de la cuve. La hauteur  $b$  et le rayon  $r_{tip}$  d'une pale sont tels que

$b/d = 0,1$  et  $r_{tip}/R = 0,383$ . Le diamètre de l'arbre de l'agitateur rapporté à celui de la cuve est pris égal à  $0,05$ . Dans ces conditions, le domaine de calcul est tel que  $(r, \theta, z) \in [0, 05; 1] \times [-\pi/6; \pi/6] \times [0; 2, 2]$ .

Armente et Chou [14] imposaient sur tout le contour du mobile, des données expérimentales relevées par Vélocimétrie Laser à effet Doppler. Dans ces conditions, le volume balayé par les pales de la turbine se trouve en dehors du domaine de calcul, faisant ainsi abstraction au calcul de l'écoulement interne.

Dans le présent travail, nous présentons les caractéristiques hydrodynamiques turbulentes en cuve fermée en intégrant l'écoulement interne, ainsi que le comportement thermique résultant d'un chauffage pariétal. Les résultats locaux sont fournis dans le cas particulier d'un nombre de Reynolds égal à  $5 \cdot 10^4$ .

## 4.1. Champs de vitesse

### 4.1.1. Champs de vitesse dans le plan

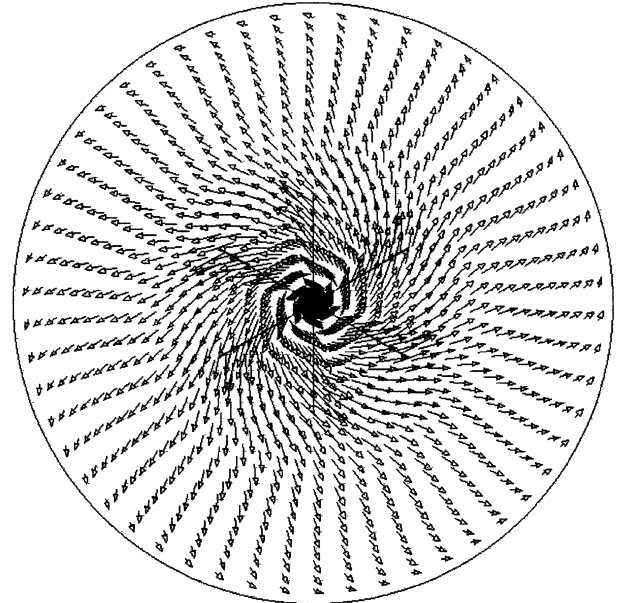
$r-\theta$

Les figures 3(a) et 3(b) montrent la distribution spatiale de la résultante des composantes radiale et tangentielle de vitesse dans deux plans horizontaux de la cuve ( $z = 0,52$  et  $z = 1,02$ ). Dans le plan situé à mi-hauteur des pales formant le mobile (figure 3(a)), le champ de vitesse est très actif et montre une dominance d'un écoulement tangential dû à la mise en rotation du volume balayé par la turbine.

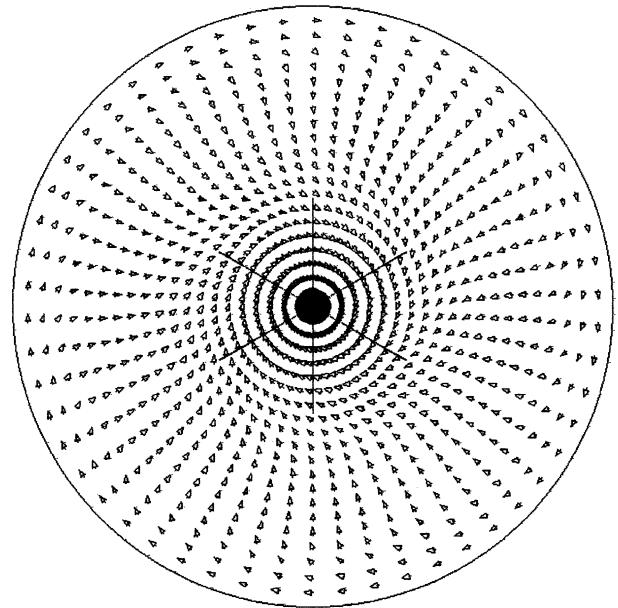
Au niveau des bords d'attaque des pales de la turbine, l'interaction du jet radial et du mouvement tangential sont à l'origine d'une forte centrifugation du fluide. Vers le haut de la cuve (figure 3(b)), le ralentissement de l'écoulement dû à la faiblesse de la composante tangentielle, induit des mouvements radiaux sensiblement dirigés vers le centre de la cuve. Ces mouvements seront transformés en écoulement axial descendant alimentant la turbine.

### 4.1.2. Champs de vitesse dans le plan $r-z$

On montre sur les figures 4(a)–(c), la distribution spatiale des vecteurs vitesses projetés dans divers plans  $r-z$  situés respectivement en amont ( $\theta = -1,6^\circ$ ), en aval ( $\theta = 1,6^\circ$ ), et entre deux pales consécutives ( $\theta = 30^\circ$ ). Il apparaît qu'en l'absence de chicanes, l'écoulement moyen dans le plan vertical est peu modifié en fonction de la position angulaire de ce plan. Néanmoins, l'effet de brassage est tout de même nettement plus intense dans le plan situé juste en aval des pales (figure 4(b)).



(a)  $z=0,52$



(b)  $z=1,02$

→  $V=1$

Figure 3. Champs de vitesse dans différents plans  $r-\theta$ .  
Figure 3. Flow patterns induced in different  $r-\theta$  planes.

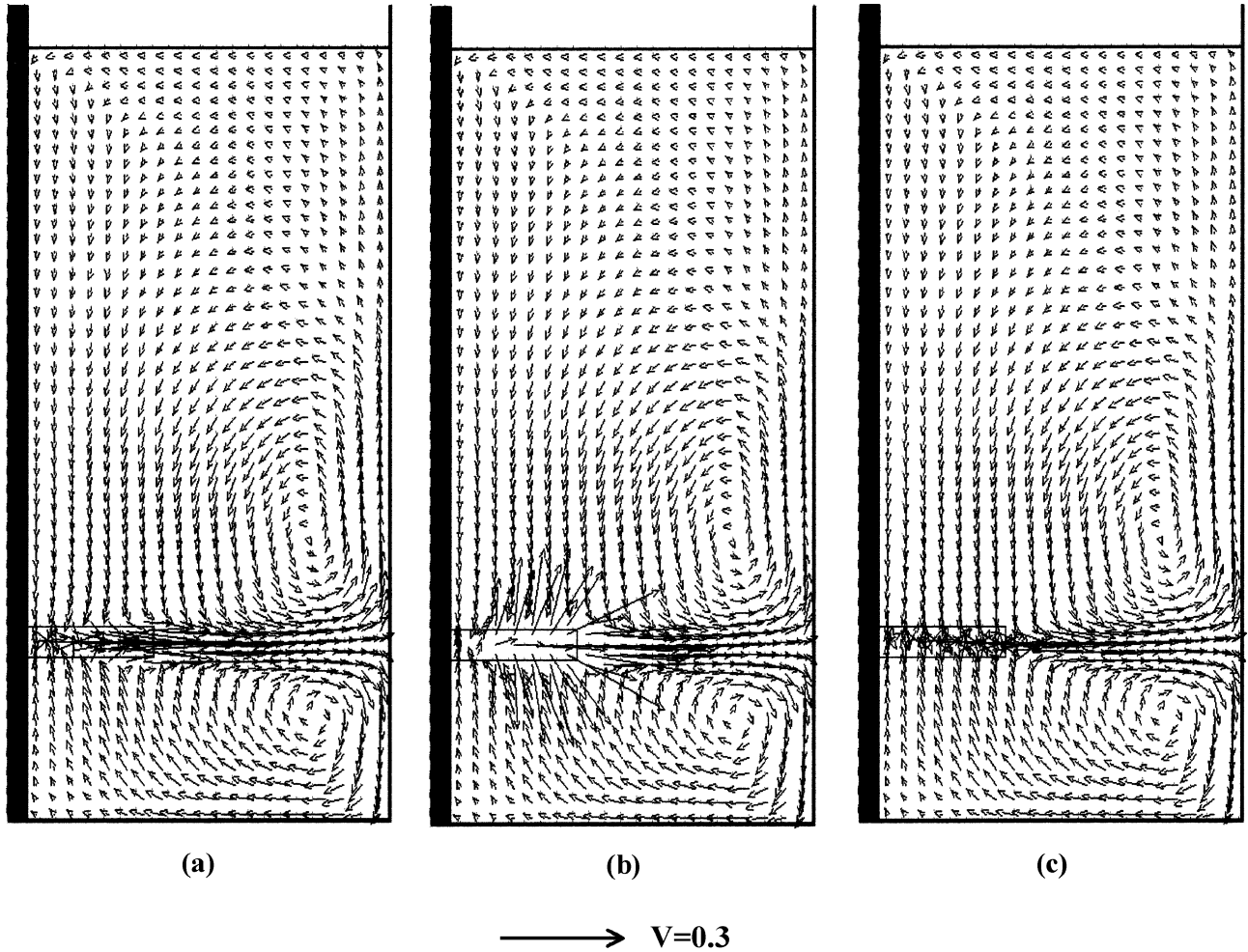


Figure 4. Champs de vitesse dans différents plans  $r-z$ .  
 Figure 4. Flow patterns induced in different  $r-z$  planes.

A la sortie de la turbine, on note un fort courant centrifuge qui se développe pour former un puissant jet radial parvenant jusqu'à la paroi de la cuve. A ce niveau, ce jet se partage pour induire deux courants axiaux opposés : l'un qui remonte le long de la paroi de la cuve et le second est dirigé vers le fond. Dans l'ensemble de la cuve, ceci se traduit par le développement de deux boucles de recirculation qui se forment de part et d'autre du plan médian ( $z = 0,52$ ) de la turbine. Ces boucles, dont les noyaux sont repérés aux points de coordonnées ( $r = 0,76$ ;  $z = 0,26$ ) et ( $r = 0,76$ ;  $z = 0,65$ ), ne sont pas symétriques par rapport au plan médian de la turbine. Dans la partie inférieure de la cuve, la boucle de recirculation est de moindre taille en raison de la proximité de la turbine du fond de la cuve.

## 4.2. Champs de température

Pour ce qui concerne la représentation du comportement thermique, nous avons arbitrairement choisi d'illustrer les champs de température après le temps nécessaire pour atteindre une température moyenne adimensionnelle égale à 0,5; les nombres de Prandtl et de Reynolds étant respectivement fixés à 7 et  $5 \cdot 10^4$ . A titre indicatif, à une vitesse de rotation de  $250 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  et pour des températures initiale et de paroi respectivement de  $10^\circ\text{C}$  et de  $50^\circ\text{C}$ , le temps réel de chauffage de 20 L d'eau jusqu'à  $30^\circ\text{C}$  serait de l'ordre de 2 min. Dans le cas général, le suivi de l'évolution de la température moyenne en fonction du temps peut s'obtenir à partir de l'équation sui-

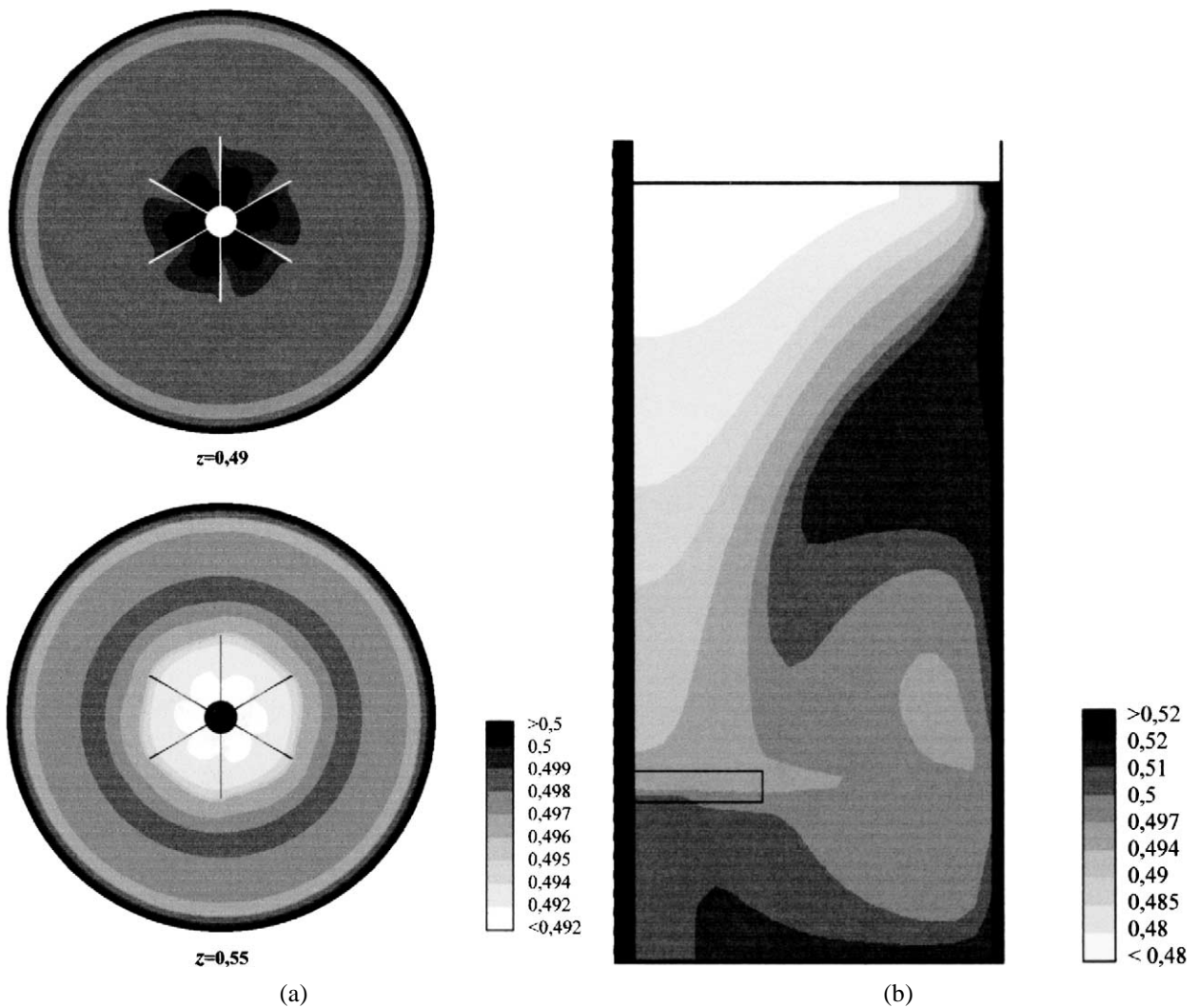
vante :

$$\bar{T}(t) = 1 - e \left[ \frac{-Nu}{(1 - d_f^2/D^2)(\pi/2)(D^2/d^2)Re Pr} t \right] \quad (16)$$

La *figure 5(a)* montre les champs de température dans deux plans horizontaux situés de part et d'autre du plan médian de la turbine. Nous retenons que l'écart de température est totalement concentré dans la zone de couche limite située à la paroi chauffée de la cuve. Notons également, que les isothermes sont peu déviées par la présence

des pales et que la distribution des températures indique une bonne homogénéité due à l'effet conjugué de la viscosité turbulente et des mouvements de convection.

D'autre part, on remarque sur la *figure 5(b)* donnant le champ de température dans le plan  $r-z$  situé en amont des pales, que le niveau de température est légèrement plus important vers le fond de la cuve. La recirculation de la boucle inférieure semble ramener plus profondément le fluide chaud en contact avec la paroi vers l'intérieur de la cuve.



**Figure 5.** (a) Champs de température dans différents plans  $r-\theta$ . (b) Distribution de température dans le plan  $r-z$  situé en amont des pales.

**Figure 5.** (a) Temperature fields in different  $r-\theta$  planes. (b) Temperature distribution in  $r-z$  plane situated behind the blade turbine.



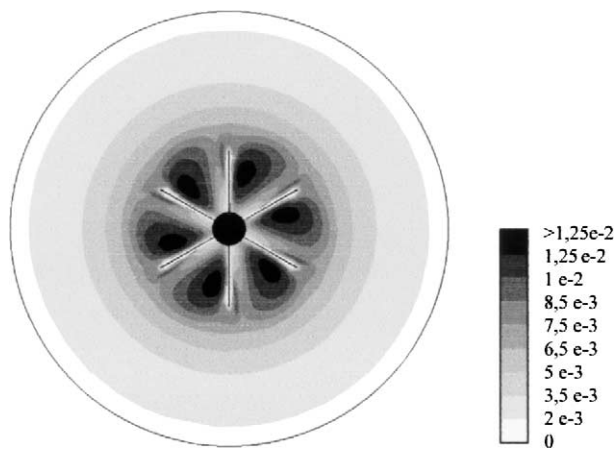
### 4.3. Caractéristiques de la turbulence

La connaissance détaillée de la structure fine de la turbulence permet de situer les régions où les fluctuations de vitesse sont les plus élevées, ce qui est d'un intérêt majeur, puisqu'elles interviennent dans le phénomène de transfert de chaleur.

#### 4.3.1. Distribution dans le plan $r-\theta$

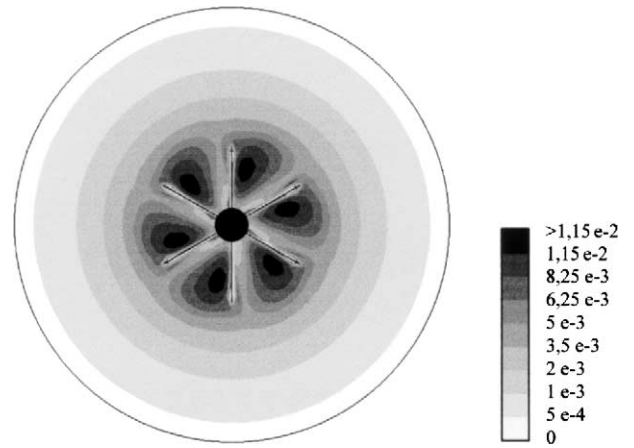
Nous avons représenté sur la *figure 6*, le champ de l'énergie cinétique turbulente dans un plan horizontal si-

tué à mi-hauteur de la turbine. On peut constater que la région siège des valeurs maximales ( $k > 1,25 \cdot 10^{-2}$ ) se localisent dans le sillage qui se développe vers l'amont des pales de la turbine. Les maxima apparaissent pour  $r = 0,311$  et  $\theta = -15^\circ$  et ont pour valeurs :  $k_{\max} = 1,38 \cdot 10^{-2}$ . En effet, la forte aspiration du fluide derrière les pales de la turbine crée de forts gradients de vitesse qui entraînent une importante production d'énergie cinétique turbulente (*figure 7*). Dans tout le domaine balayé par les pales de la turbine, l'énergie cinétique turbulente demeure assez élevée. Par ailleurs, celle-ci devient rapidement très faible.



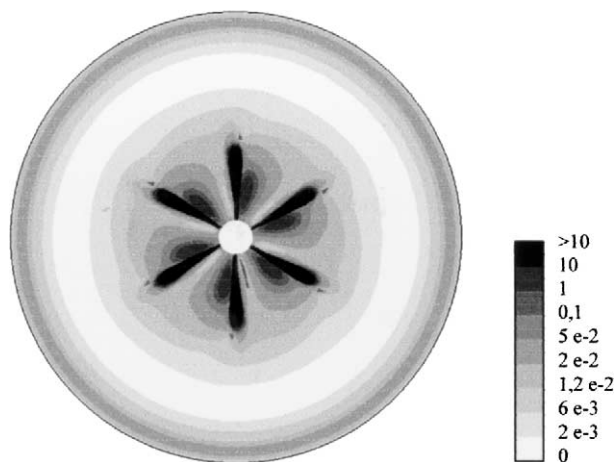
**Figure 6.** Isocontours de l'énergie cinétique turbulente à mi-hauteur de la turbine.

**Figure 6.** Contours of turbulence kinetic energy at mid-height of the turbine.



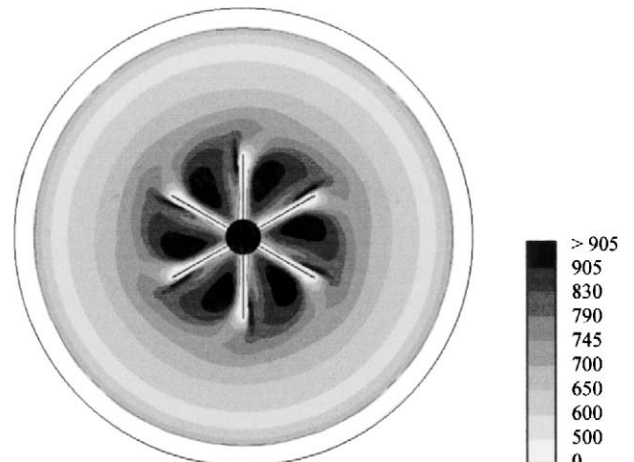
**Figure 8.** Isocontours du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente à mi-hauteur de la turbine.

**Figure 8.** Contours of energy dissipation rate at mid-height of the turbine.



**Figure 7.** Isocontours de la production d'énergie cinétique turbulente à mi-hauteur de la turbine.

**Figure 7.** Contours of turbulence kinetic energy production at mid-height of the turbine.



**Figure 9.** Isocontours de la viscosité turbulente à mi-hauteur de la turbine.

**Figure 9.** Contours of turbulent viscosity at mid-height of the turbine.

La répartition du taux de dissipation est représentée sur la *figure 8*. Globalement, nous observons une répartition similaire à celle relative à l'énergie cinétique turbulente. La valeur moyenne du taux de dissipation  $\varepsilon_{moy}$  étant égale à  $1,82 \cdot 10^{-4}$ , le rapport maximal de  $\varepsilon/\varepsilon_{moy}$  atteint une valeur égale à 74 et prend lieu presque au même endroit où l'on a signalé une énergie cinétique turbulente maximale. Dans le reste de la cuve,  $\varepsilon/\varepsilon_{moy}$  atteint rapidement des valeurs inférieures à 5. Par ailleurs, le nombre de puissance calculé par intégration volumique du taux de dissipation :

$$N_p = \frac{\varepsilon_{moy}}{4} \pi^4 \left(\frac{D}{d}\right)^5 \left(\frac{H}{R}\right) \left(1 - \frac{d_f^2}{D^2}\right) \quad (17)$$

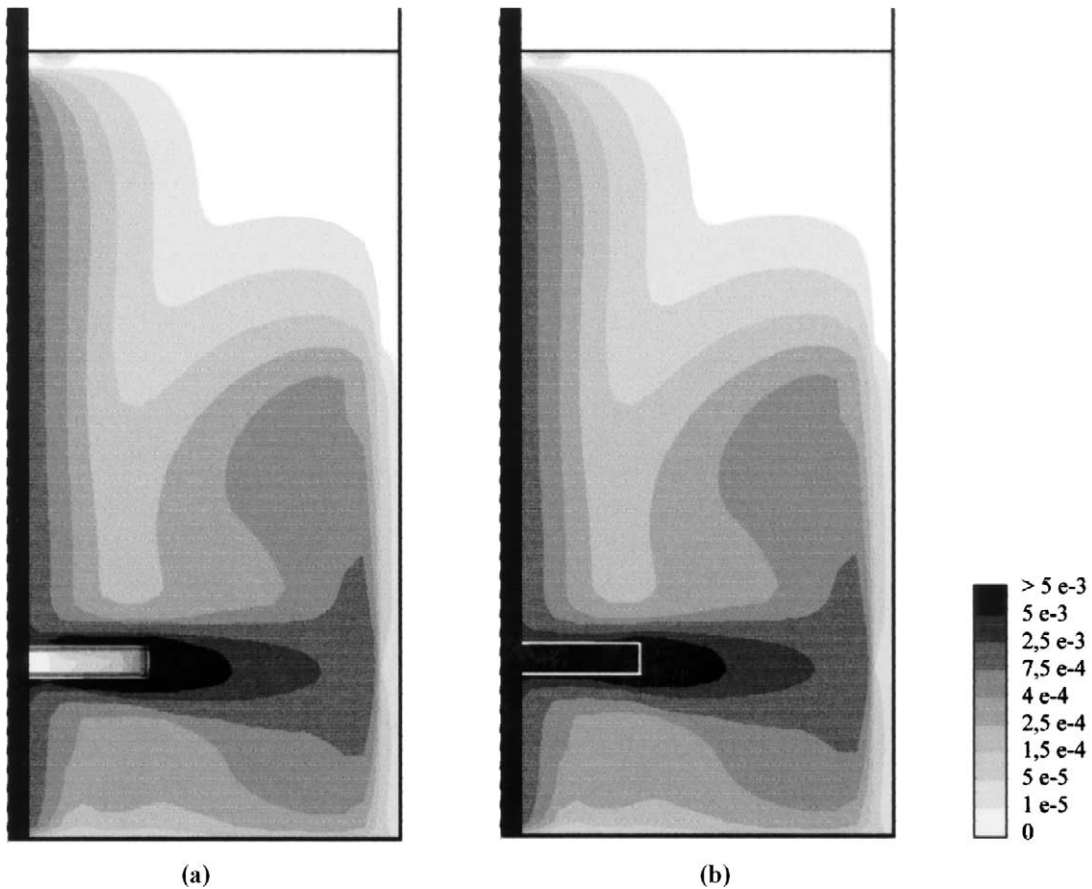
est égale à 1,18. Cette valeur est proche de celle obtenue par Nagata [7], soit une valeur égale à 1,35.

La *figure 9* permet de visualiser la répartition de la viscosité turbulente dans le même plan que précédemment. Il apparaît que celle-ci dépasse une valeur de 900 dans le courant de décharge. Tout près des parois et autour de l'axe de la turbine, où l'on note un ralentissement de l'écoulement, la viscosité turbulente chute très rapidement.

### 4.3.2. Distribution dans le plan $r-z$

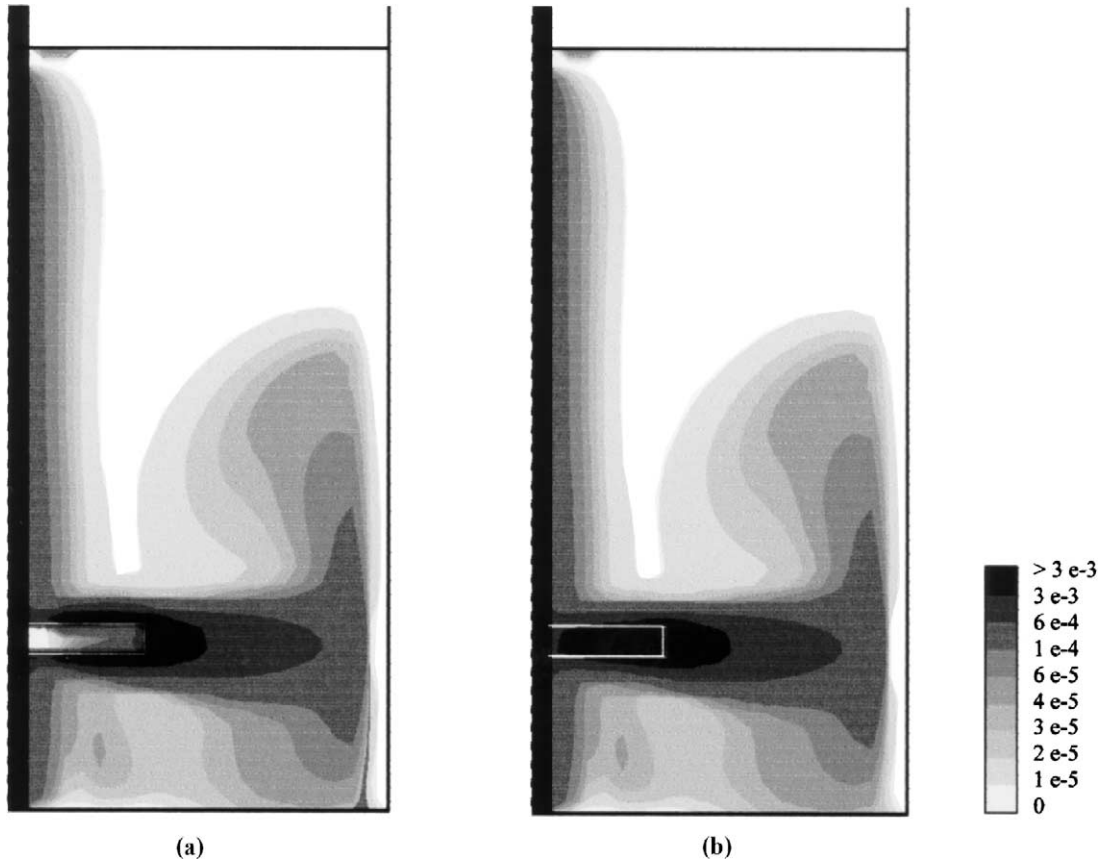
Dans ce qui suit, les caractéristiques turbulentes seront analysées juste en amont ( $\Theta = -1,6^\circ$ ) des pales et dans un plan médian ( $\Theta = 30^\circ$ ) séparant deux pales consécutives.

Les *figures 10* et *11* montrent que l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation sont maximales dans le courant de refoulement et près des bords d'attaque des pales du mobile, qui causent un important cisaillement.



**Figure 10.** Isocontours de l'énergie cinétique turbulente dans différents plans  $r-z$ .

**Figure 10.** Contours of turbulence kinetic energy in different  $r-z$  planes.



**Figure 11.** Isocontours du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente dans différents plans  $r$ - $z$ .  
**Figure 11.** Contours of energy dissipation rate in different  $r$ - $z$  planes.

Compte tenu de l'importance relative de la convection dans le courant de refoulement, on note un fort transport radial de l'énergie cinétique turbulente et de son taux de dissipation à la sortie de la turbine.

Quand on s'éloigne de la source mécanique, ces propriétés subissent une nette décroissance due aux effets d'entraînement et d'expansion favorisés par la viscosité turbulente. En effet, les régions de forte viscosité (*figure 12*) se situent dans le courant de décharge et se prolonge tout en s'atténuant jusqu'à la proximité de la paroi de la cuve. Les plus faibles valeurs de viscosité se trouvent à proximité immédiate des parois solides et en dehors du domaine d'action de la turbine, notamment dans la partie supérieure de la cuve.

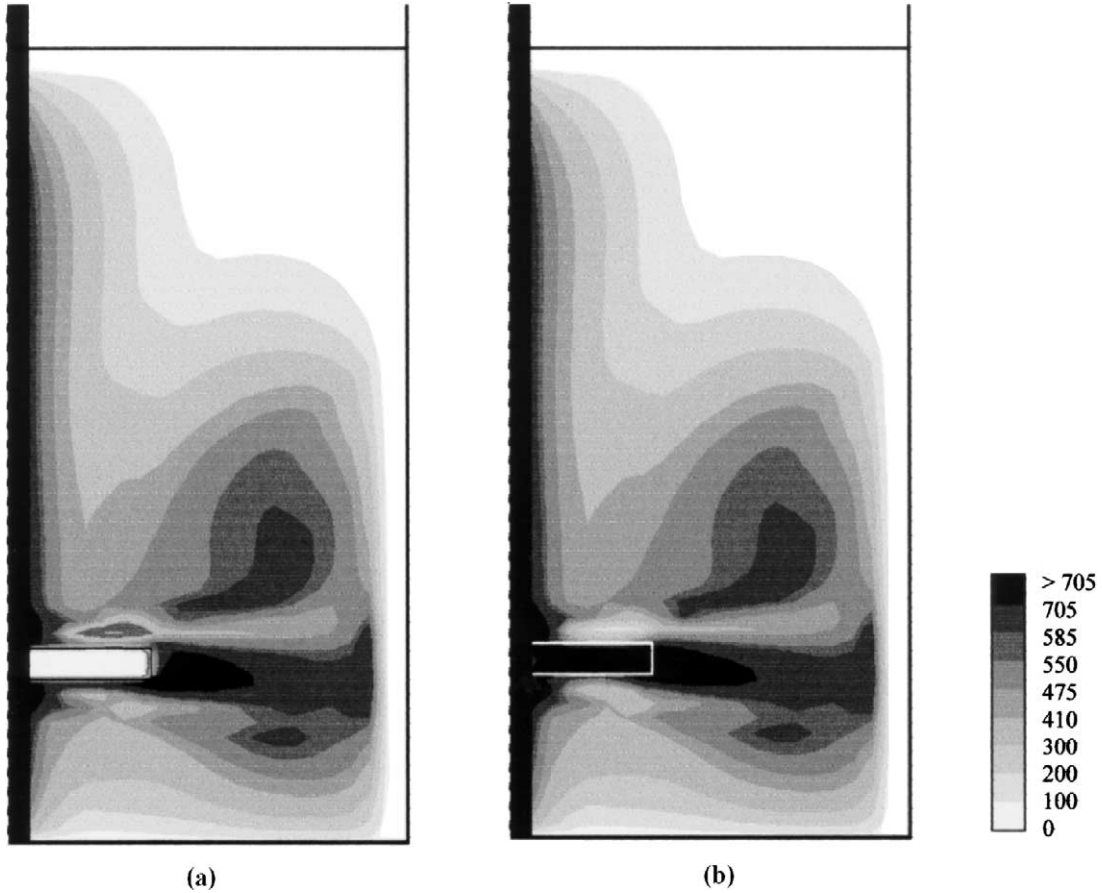
Il est bien connu que la production d'énergie cinétique turbulente  $G$ , contrôle le transfert de l'énergie du mouvement moyen au mouvement fluctuant. Ainsi, comme

on peut le constater sur la *figure 13* donnant la variation de  $G$ , ce transfert est concentré dans le domaine d'action de la turbine où les contraintes de cisaillement sont très élevées, ainsi que sur la portion de surface de paroi de la cuve qui fait face au courant de refoulement où les contraintes normales sont prépondérantes.

#### 4.4. Exploration de la zone de refoulement de la turbine

##### 4.4.1. Evolution le long de la hauteur des pales

Juste à la sortie de la turbine ( $r = 0,41$ ), on montre sur les *figures 14–17* l'évolution, le long de la hauteur des pales, des composantes radiale et tangentielle de vitesse ainsi que de l'énergie cinétique turbulente et de son taux



**Figure 12.** Isocontours de la viscosité turbulente dans différents plans  $r-z$ .  
**Figure 12.** Contours of turbulent viscosity in different  $r-z$  planes.

de dissipation. Ces profils sont tracés pour différentes positions angulaires situées en amont, en aval et entre deux pales consécutives.

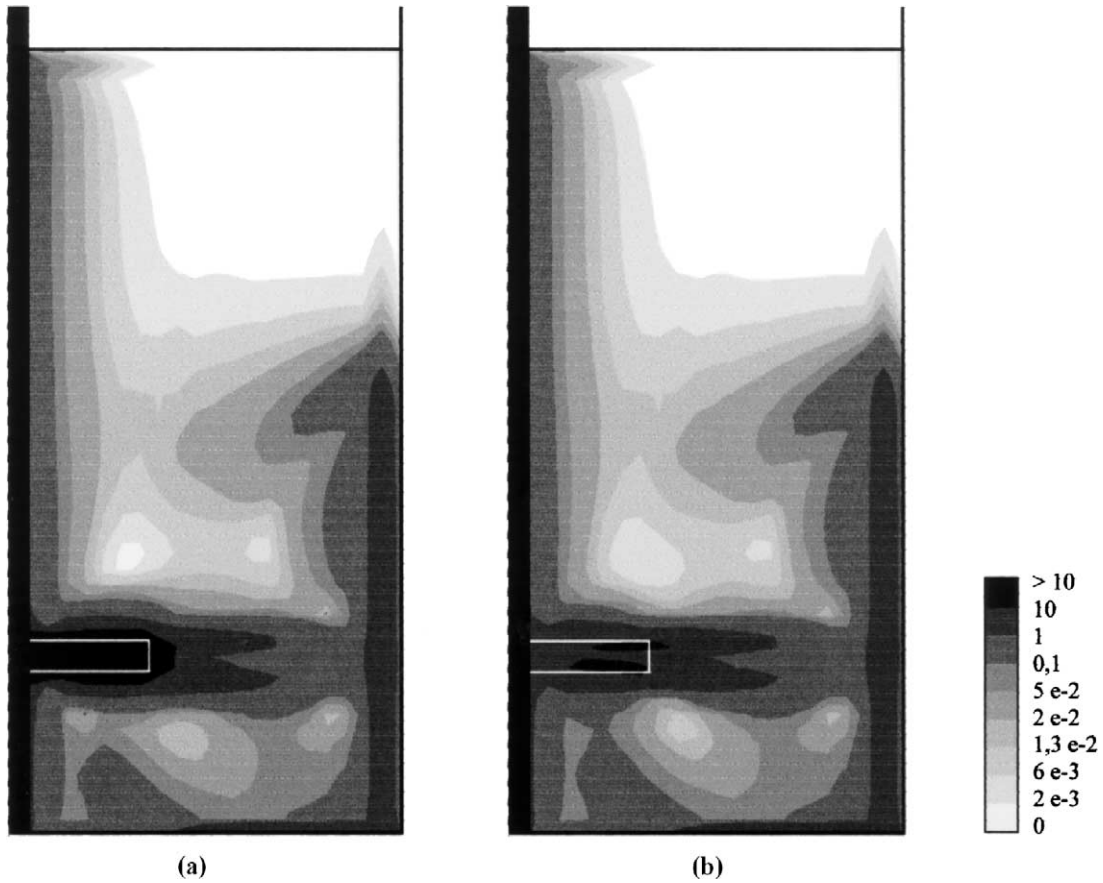
Dans tous les cas de figures, l'évolution axiale montre une allure parabolique. A mi-hauteur de la turbine, la vitesse radiale rapportée à la vitesse  $V_{tip}$ , atteint une valeur maximale égale à 0,68. Cette vitesse radiale s'annule aussitôt à une distance égale à  $2,5b$ , de part et d'autre du plan médian de la turbine.

D'autre part, on note que le profil de la vitesse radiale est plus élevé en aval des pales alors que le profil de la composante tangentielle de vitesse est plus élevé entre deux pales consécutives. Les résultats donnant les profils verticaux de la vitesse radiale permettent de calculer le débit de pompage de la turbine et donc le nombre de pompage, soit une valeur de 0,524.

Quant aux caractéristiques de turbulence, conformément aux commentaires précédents, les maxima des profils donnant  $k$  et  $\varepsilon$  sont plus prononcés en amont des pales. A ce niveau, l'énergie cinétique turbulente rapportée au carré de la vitesse au bout de la pale est égale à 0,075. D'après la *figure 17*, le maximum de la dissipation rapportée à sa valeur moyenne, varie entre 30 et 50 en fonction de la position angulaire.

#### 4.4.2. Evolution angulaire

Pour différentes positions radiales, nous avons tracé sur les *figures 18–21*, l'évolution angulaire des composantes radiale et tangentielle de vitesse, de l'énergie cinétique turbulente et de son taux de dissipation. Ces profils, donnés à mi-hauteur de la turbine, mettent en évidence une forte évolution angulaire de ces paramètres à l'intérieur de la turbine ( $r < 0,41$ ) et une évolution moins



**Figure 13.** Isocontours de la production d'énergie cinétique turbulente dans différents plans  $r$ - $z$ .  
**Figure 13.** Contours of turbulence kinetic energy production in different  $r$ - $z$  planes.

importante mais non négligeable à la sortie de la turbine ( $r = 0,41$ ). Par ailleurs ( $r \geq 0,5$ ), les profils montrent une très faible variation angulaire.

Ces résultats montrent à l'évidence, que l'hypothèse de symétrie de révolution retenue dans l'approche stationnaire par Armente et Chou [14] et qui consiste à imposer des valeurs expérimentales constantes sur la surface de décharge de la turbine, est tout à fait contestable.

#### 4.4.3. Evolution radiale

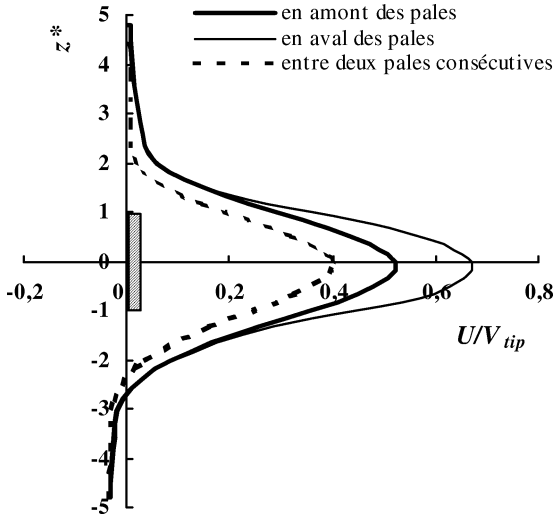
A partir du bord d'attaque des pales ( $r = 0,383$ ), les profils radiaux des composantes de vitesse, de l'énergie cinétique turbulente et de son taux de dissipation (figures 22–26) connaissent une forte décroissance quand on s'éloigne de la source mécanique. En amont des pales, la vitesse radiale chute avant même la sortie de la turbine, puis reprend une faible croissance avant de rechuter

de nouveau. Ce phénomène est dû aux effets d'aspiration causés derrière les pales.

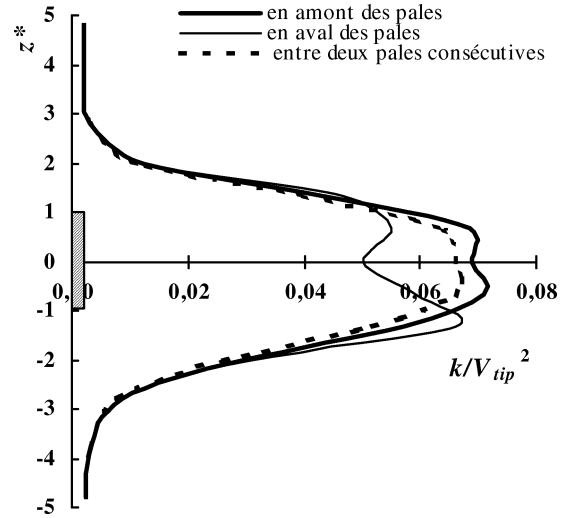
D'autre part, contrairement à l'idée souvent admise, le profil représenté sur la figure 24 donnant l'évolution radiale de  $W$  au niveau du plan médian de la turbine, montre que la composante axiale de vitesse, quoique faible, est non nulle. Ainsi, ce profil de vitesse donné dans le plan  $\Theta = 30^\circ$  est une courbe décroissante en  $r$  dans le domaine  $r < 0,5$  puis redevient croissante avant de s'annuler à la paroi.

#### 4.5. Nombres de Nusselt local et instantané

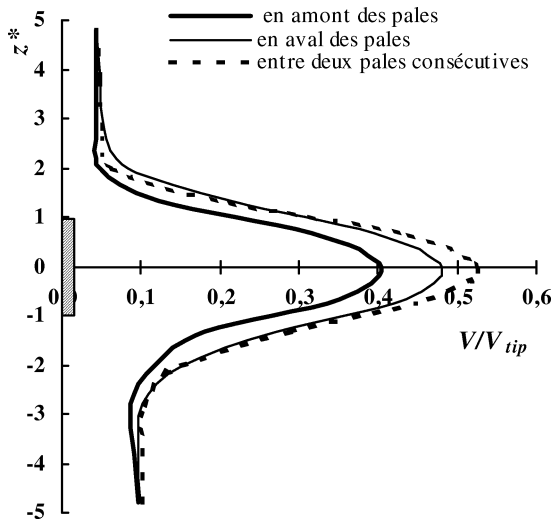
A partir des résultats locaux, nous avons calculé le nombre de Nusselt instantané  $Nu_i$  et tracé sur la figure 27 son évolution en fonction du nombre de Fourier  $Fo$ . On note au début une forte variation, après quoi on observe



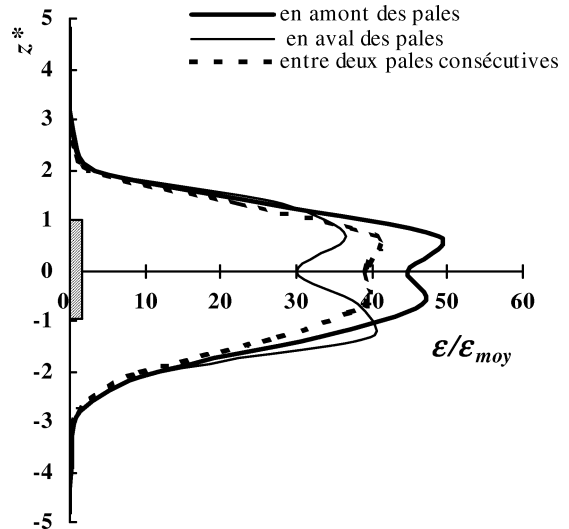
**Figure 14.** Evolution de la composante radiale de vitesse le long de la hauteur des pales ;  $r = 0,41$ .  
**Figure 14.** Axial profiles of the radial velocity component;  $r = 0,41$ .



**Figure 16.** Evolution de l'énergie cinétique turbulente le long de la hauteur des pales ;  $r = 0,41$ .  
**Figure 16.** Axial profiles of turbulence kinetic energy;  $r = 0,41$ .



**Figure 15.** Evolution de la composante tangentielle de vitesse le long de la hauteur des pales ;  $r = 0,41$ .  
**Figure 15.** Axial profiles of the tangential velocity component;  $r = 0,41$ .



**Figure 17.** Evolution du taux de dissipation le long de la hauteur des pales ;  $r = 0,41$ .  
**Figure 17.** Axial profiles of energy dissipation rate;  $r = 0,41$ .

une tendance à la stabilisation du nombre de Nusselt instantané indiquant l'achèvement de la formation de la couche limite thermique. Ce type d'évolution a été évoqué par Le Lan et Angelino [15] dans leur étude du transfert de matière à la paroi d'une cuve agitée.

D'autre part, sur la *figure 28*, on montre l'évolution de la moyenne circonférentielle du nombre de Nusselt  $Nu(z)$  le long de la hauteur de la paroi de chauffage.

On distingue un pic dans le prolongement du courant de refoulement sur une épaisseur qui s'étale le long de la hauteur des pales de la turbine. Ce résultat est en effet à l'origine de l'augmentation du gradient pariétal de vitesse. En dehors de la zone qui fait face au courant de refoulement, le nombre de Nusselt diminue rapidement vers le haut de la cuve et reprend sa croissance au fond de la cuve.

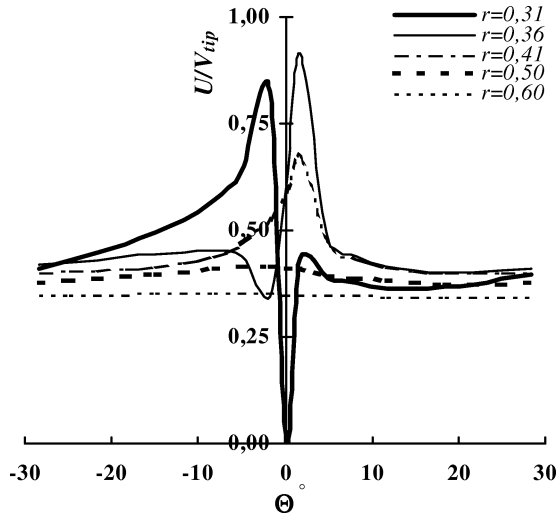


Figure 18. Evolution angulaire de la composante radiale de vitesse à mi-hauteur de la turbine.

Figure 18. Angular profiles of the radial velocity component at mid-height of the turbine.

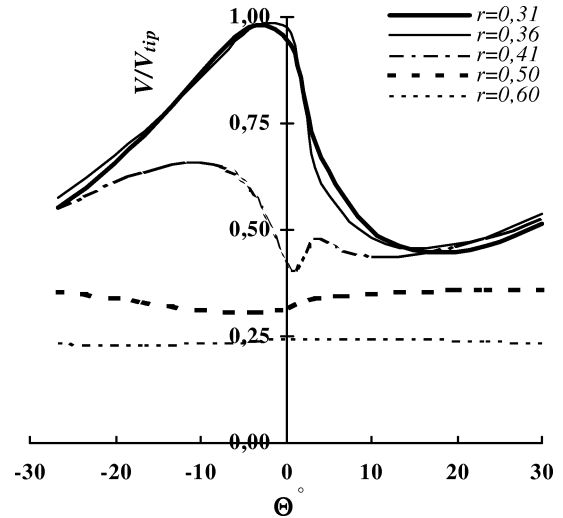


Figure 19. Evolution angulaire de la composante tangentielle de vitesse à mi-hauteur de la turbine.

Figure 19. Angular profiles of the tangential velocity component at mid-height of the turbine.

## 5. COMPARAISON AVEC DES TRAVAUX ANTÉRIEURS

La figure 29 compare les valeurs du nombre de Nusselt moyen  $Nu$ , que nous avons obtenues par voie de simulation numérique, avec celles déterminées à partir des corrélations empiriques dues successivement à Kraussaul et Pursell (cité par Edwards et Wilkinson [6]) et Nagata [7] (tableau I). Cette comparaison est menée dans les conditions géométriques indiquées dans le paragraphe 4. Si ces

corrélations sont établies en régime thermique stationnaire, en revanche, dans notre étude le nombre de Nusselt moyen est déterminé après l'établissement du régime thermique régulier c'est à dire après quoi nous assistons à une stabilisation du nombre de Nusselt.

L'examen de la figure 29, montre clairement que les valeurs numériques corroborent les résultats expérimentaux antérieurs.

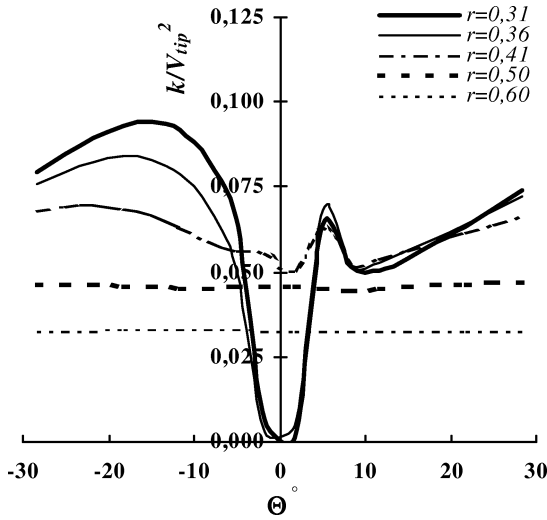
Par ailleurs, la régression linéaire appliquée aux résultats numériques obtenus, nous a permis d'établir une

TABLEAU I / TABLE I  
Corrélations donnant le coefficient de transfert en cuve non chicanée agitée en régime turbulent.  
Nusselt number correlation in unbaffled vessel in turbulent regime.

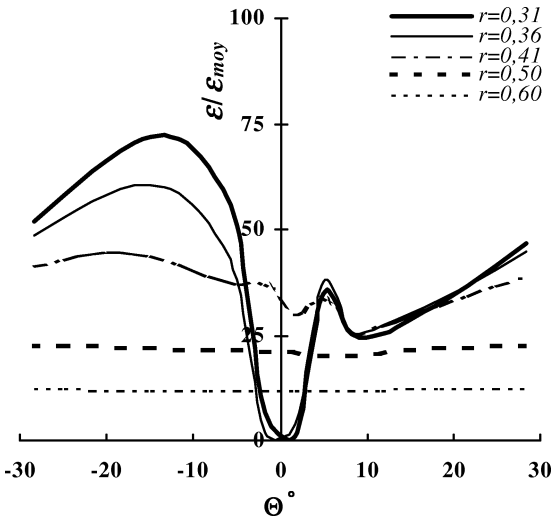
Auteurs	Equations	Conditions opératoires	
		Re	Pr
Kraussauld (1951)	$Nu = 0,36Re^{2/3}Pr^{0,5}(\mu/\mu_0)^{0,095}$	800–8·10 <sup>5</sup>	1–2500
Pursell (1954)	$Nu = 0,112Re^{0,75}Pr^{0,44}(d/D)^{-0,4}(b/D)^{0,13}(\mu/\mu_0)^{0,14}$	600–5·10 <sup>5</sup>	–
Nagata (1975)	$Nu = 0,75Re^{2/3}Pr^{1/3}(d/D)^{-0,14}(b/D)^{0,14}(C/H)^{0,15}(\mu/\mu_0)^{0,14}$	> 100	2–2000

TABLEAU II / TABLE II  
Equation donnant le nombre de Nusselt obtenue à partir des résultats numériques.  
Nusselt number predicted by numerical method.

Equation	Conditions opératoires		Position par rapport au fond de la cuve C/H
	Re	Pr	
$Nu = 0,178Re^{0,747}Pr^{0,31}(C/H)^{0,095}$	10 <sup>4</sup> –10 <sup>5</sup>	7–100	0,2–0,5



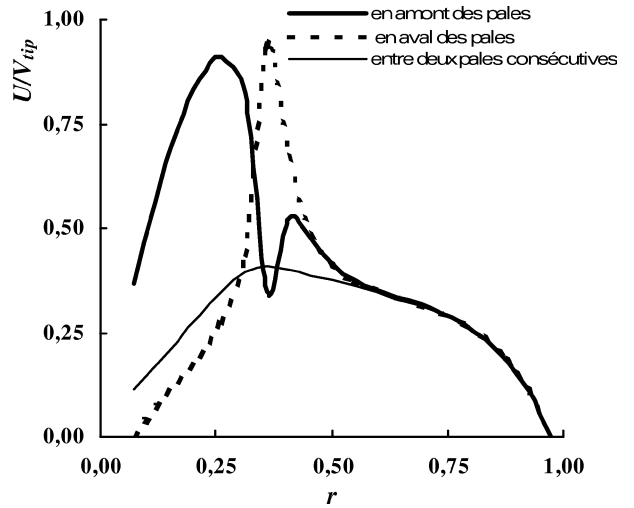
**Figure 20.** Evolution angulaire de l'énergie cinétique turbulente à mi-hauteur de la turbine.  
**Figure 20.** Angular profiles of turbulence kinetic energy at mid-height of the turbine.



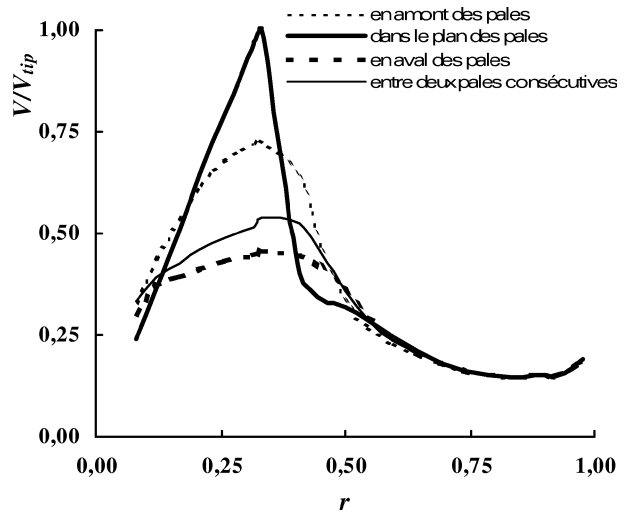
**Figure 21.** Evolution angulaire du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente à mi-hauteur de la turbine.  
**Figure 21.** Angular profiles of energy dissipation rate at mid-height of the turbine.

équation donnant le nombre de Nusselt. L'équation obtenue, ainsi que les domaines de variation des paramètres impliqués, sont résumés dans le *tableau II*.

D'après ce tableau, la valeur de l'exposant du nombre de Reynolds obtenue par voie numérique (0,747), est pratiquement égale à celle trouvée expérimentalement (0,75) par Pursell (*tableau I*). D'autre part, l'exposant du



**Figure 22.** Evolution radiale de la composante radiale de vitesse à mi-hauteur de la turbine.  
**Figure 22.** Radial profiles of the radial velocity component at mid-height of the turbine.

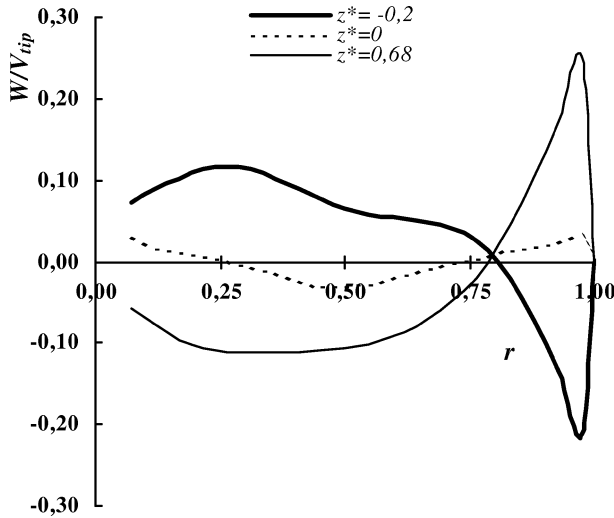


**Figure 23.** Evolution radiale de la composante tangentielle de vitesse à mi-hauteur de la turbine.  
**Figure 23.** Radial profiles of the tangential velocity component at mid-height of the turbine.

nombre de Prandtl est très proche de celui figurant dans l'équation due à Nagata (0,31 contre 0,33).

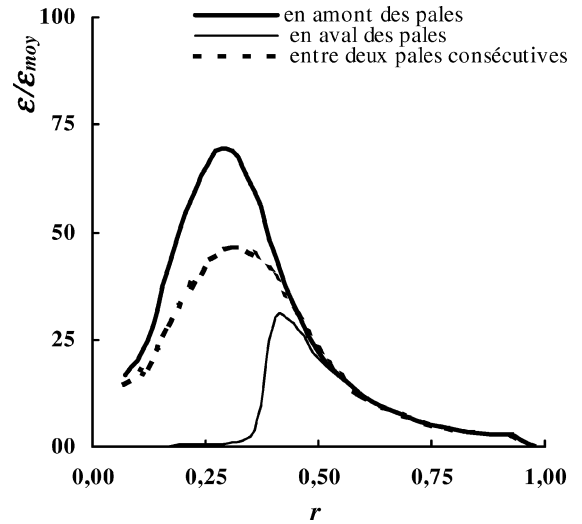
De même, nous avons constaté un faible effet de la position géométrique de la turbine dans la cuve. En effet, on note une augmentation de 9% du nombre de Nusselt lorsque le rapport  $C/H$  passe de 0,2 à 0,5. A ce propos,





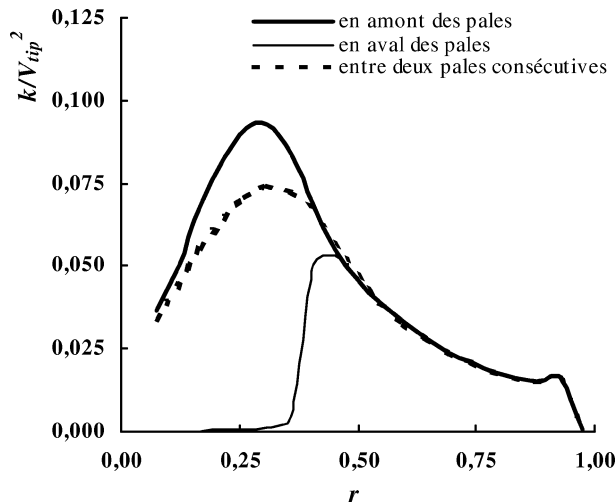
**Figure 24.** Evolution radiale de la composante axiale de vitesse entre deux pales consécutives.

**Figure 24.** Radial profiles of the axial velocity component at mid-height of two consecutive blades.



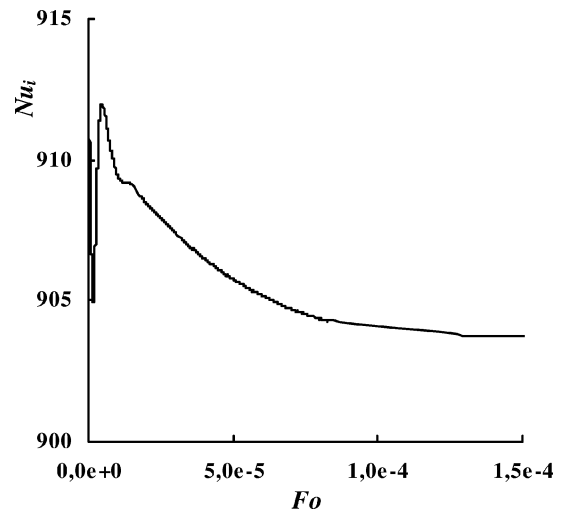
**Figure 26.** Evolution radiale du taux de dissipation à mi-hauteur de la turbine.

**Figure 26.** Radial profiles of energy dissipation rate at mid-height of the turbine.



**Figure 25.** Evolution radiale de l'énergie cinétique turbulente à mi-hauteur de la turbine.

**Figure 25.** Radial profiles of turbulence kinetic energy at mid-height of the turbine.



**Figure 27.** Evolution du nombre de Nusselt instationnaire.

**Figure 27.** Instantaneous Nusselt number evolution.

Kraussauld a signalé l'effet négligeable des paramètres géométriques sur le coefficient superficiel d'échange.

## 6. CONCLUSION

L'étude des comportements hydrodynamiques et thermiques des écoulements turbulents générés par une tur-

bine radiale à six pales, en cuve cylindrique fermée et non chicanée, est abordée par voie de simulation numérique.

Les caractéristiques locales de l'écoulement turbulent générés par la turbine ont été finement analysées, et ont permis une compréhension approfondie des comportements hydrodynamique et thermique dans l'ensemble de la cuve et particulièrement dans l'espace balayé par les pales de la turbine.

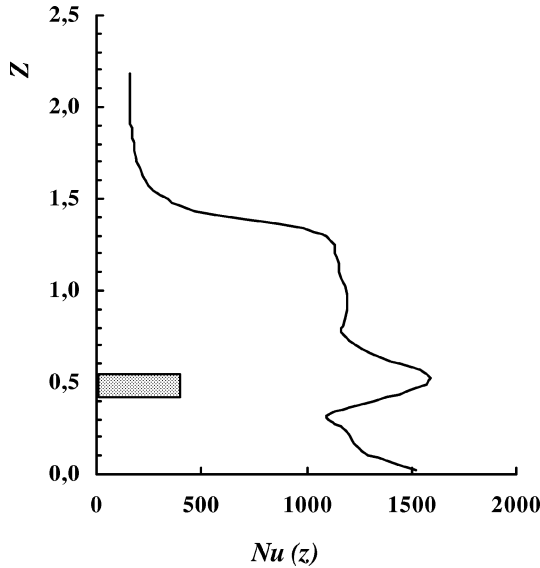


Figure 28. Evolution du nombre de Nusselt local le long de la paroi de chauffage.

Figure 28. Variation of the local Nusselt number with axial height.

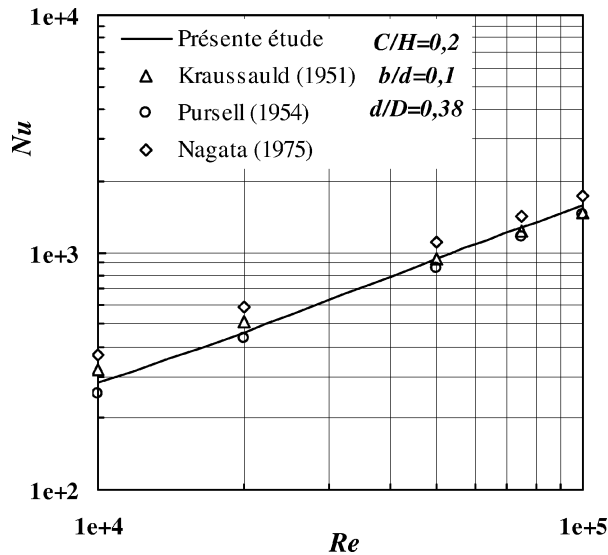


Figure 29. Comparaison du nombre de Nusselt moyen obtenu par voie numérique avec des valeurs tirées de la littérature.

Figure 29. Comparison of numerical Nusselt numbers with experimental data.

Nous avons noté une forte contribution des flux turbulents au transfert de chaleur pariétal donnant lieu à l'uniformité du champ de température, et un écart de température totalement concentré dans la zone de couche limite thermique située à la paroi de chauffage.

D'autre part, l'évolution de l'état thermique du milieu agité a montré une stabilisation du nombre de Nusselt après l'achèvement de la formation de la couche limite thermique et l'établissement du régime thermique régulier. Aussi, on montre que l'intensité du transfert local est plus prononcée dans la zone de refoulement de la turbine, et ce sur une épaisseur qui s'étale le long de la hauteur des pales.

Enfin, la détermination du nombre de Nusselt moyen, nous a permis d'évaluer les performances thermiques du système étudié et de valider nos résultats en les comparant avec des travaux antérieurs tirés de la littérature.

## RÉFÉRENCES

- [1] Kaminoyama M., Saito F., Kamiwano M., Numerical analysis of three-dimensional flow of a pseudoplastic liquid in a stirred vessel with a turbine impeller, *Internat. Chem. Engrg.* 30 (4) (1990) 720-728.
- [2] Kaminoyama M., Saito F., Kamiwano M., Flow analogy of pseudoplastic liquid in geometrically similar stirred vessels based on numerical analysis, *J Chem. Engrg. Japan* 23 (2) (1990) 214-221.
- [3] Dong L., Johansen T., Engh A., Flow induced by an impeller in an unbaffled tank, *Chem. Engrg. Sci.* 43 (4) (1994) 549-560.
- [4] Abid M.S., Xuereb C., Bertrand J., Hydrodynamics in vessels stirred with anchors and gate agitators: Necessity of a 3-D modelling, *Trans. Inst. Chem. Engrg.* 70 (Part A) (1992) 377-384.
- [5] Moureh J., Approche numérique tridimensionnelle de l'agitation mécanique en régime turbulent, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1992.
- [6] Edwards M.F., Wilkinson W.L., Heat transfer in agitated vessels; Part I—Newtonian fluids, *The Chem. Engrg. Août* (1972) 310-318.
- [7] Nagata S., *Mixing: Principles and Applications*, Halstead Press, New York, 1975.
- [8] Jones W.P., Launder B.E., The prediction of laminarisation with a two-equation model of turbulence, *Internat. J. Heat Mass Transfer* 15 (1972) 301-314.
- [9] Jischa M., Rieke H.B., About the prediction of turbulent Prandtl and Schmidt numbers, *Internat. J. Heat Mass Transfer* 22 (1979) 1547-1555.
- [10] Jayatilleke C.L.V., The influence of Prandtl number and surface roughness on the resistance of the laminar sub-layer to momentum and heat transfer, *Prog. Heat Mass Transfer* (1969) 193-198.
- [11] Favre A., Kovaznay L.S.G., Dumas R., Gaviglio J., Coatic M., *La turbulence en mécanique des fluides; Bases théoriques et expérimentales*, Gautier-Villars, Paris, 1976.
- [12] Patankar S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences, McGraw-Hill, New York, 1980.
- [13] Douglas J., Gunn J.E., A general formulation of alternating direction implicit methods, *Num. Math.* 6 (1964) 428-453.

[14] Armente P.M., Chou C.C., Experimental LVD measurement and numerical CFD determination of the fluid velocity distribution in an unbaffled mixing vessel, AIChE Symp. Ser. 90 (299) (1994) 33-40.

[15] Le Lan A., Angelino H., Transferts de matière à la paroi d'une cuve mécaniquement agitée, Chem. Engrg. Sci. 29 (1974) 1557-1565.

### Abridged English version

#### Numerical contribution in studies of turbulent flow and heat transfer in a vessel agitated by radial turbine

Mechanically agitated mixing vessels are widely used in a variety of industrial applications, such as polymerization, fermentation, as well as crystallization and heterogeneous catalysis. In a lot of these operations, a suitable heat transfer from the walls of the vessel is required. As a result, a significant literature exist on heat and mass transfer in agitated baffled vessel, but only very limited informations are available on unbaffled ones.

In the present work, a detailed computational fluid dynamic model of the flow and the transient heat transfer from a jacketed wall in a closed unbaffled stirred vessel is developed. In particular, attention is focused on the analysis of the local process side heat transfer and the turbulence characteristics induced in the immediate vicinity of the impeller. The impeller is a six flat-bladed turbine having an off-bottom clearance equal to 0.2 of the vessel height and the impeller diameter is about one third of the vessel diameter.

For this purpose, three-dimensional form of the time-averaged equations for the conservation of momentum and energy in conjunction with the continuity equation are discretized using finite-volume method. The turbulence Reynolds stresses and the turbulent heat flux which appear in the fore-mentioned equations are obtained from the standard  $k-\varepsilon$  turbulence model. Near-wall turbulence is modelled using the universal logarithmic velocity and temperature profiles which permit to predict the wall shear stresses, the turbulent heat flux and the turbulence kinetic energy and its dissipation rate on all points situated in the inertial boundary sublayer.

The patterns of flow and turbulent characteristics caused by the turbine are investigated at  $Re = 5 \cdot 10^4$ .

*Figure 3(a)* shows a velocity vector plot of the primary flow in an horizontal plane situated at the mid-height of the turbine. It appears that the flow is strongly dominated by the tangential component. Far from the region swept by the turbine (*figure 3(b)*), the rotating movement is no longer transmitted to the fluid, which remains quasi-motionless.

*Figure 4(a)-(c)* show the secondary flow in  $r-z$  planes corresponding to different angular positions between two vertical blades. These figures show the impeller stream impinging on the outer wall and being deflected in both directions in a wall jet motion producing the upper and lower vortices. Positions of the centre of these vortices are not significantly affected by the angle of the  $r-z$  plane. This can be explained by the absence of baffles.

*Figures 14, 15, 18 and 19* illustrate the predicted axial and angular profiles of radial and tangential mean velocities in the impeller discharge stream. These profiles adequately portray the character of a swirling radial jet and reveal a drastic variation as a function of the angle from one vertical blade. These results demonstrate that the approach using a black box treatment for the impeller swept region (Armente and Chou, 1990) is imperfect. The maximum value of the radial component velocity is located in front of the impeller tip ( $\Theta = 16$  degrees) and is about 0.68 times the impeller tip speed.

In different vertical  $r-z$  planes reported in *figures 10 and 11*, turbulence characteristics follow similar trends to the mean velocities. It appears that the highest values of turbulence kinetic energy and its dissipation rate are situated in the impeller stream region and close to the impeller tip. Elsewhere, they decay rapidly with the distance from the blade tip.

In  $r-\Theta$  planes reported in *figures 6 and 7*, the contours of  $k$  and  $\varepsilon$  in the region between two blades show that the high turbulence levels occur behind the blades where the production of the turbulent kinetic energy due to mean velocity gradients in the flow field is the highest (*figure 8*). This takes place in the impeller centre plane at 15 degrees behind the blade, and the value of the turbulent kinetic energy is around  $0.075 U_{tip}^2$ . The maximum ratio of  $\varepsilon/\varepsilon_{moy}$  takes a value of about 74. Integrating the dissipation rate of each computational cell over the entire volume of the vessel gives a power number equal to 1.35. The turbulence viscosity (*figure 9*) computed from  $k$  and  $\varepsilon$  can reach 900 times the molecular viscosity. This

contributes to reinforce homogeneity temperature of the fluid (*figure 5(a) and (b)*) because the spatial temperature distribution is controlled by convective effect conjugated with turbulence conductivity which is in relation with turbulent viscosity.

The evolution of the surface-averaged Nusselt number are plotted as a function of the Fourier number in the *figure 10*. The curve show the highest heat transfer in the beginning of the operation, then the heat transfer drops, and it ceases changing after the establishment of the thermal boundary layer.

*Figure 11* shows the variation with height of the local heat transfer coefficient. Since the rate of heat transfer

heavily depends on the velocity of the fluid sweeping along the surface, the highest value of the local heat transfer coefficient naturally is found at the impeller discharge region where fluid impinges on the wall at the maximum velocity. However, the change of the heat transfer coefficient is found to be very little with angular position.

Finally, Nusselt numbers predicted by numerical results are correlated by a dimensionless equation in order to be compared with empirical anterior works. Established equation is found to agree fairly well with those correlated by previous researchers.